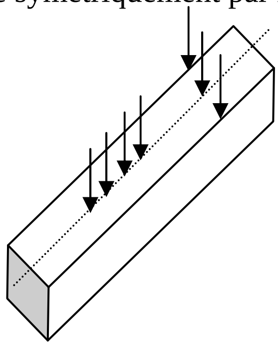
Chapitre VIII

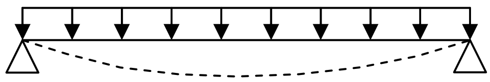
La flexion simple

Chapitre VIII : La flexion simple

I – Définition :

Une poutre sera sollicitée en flexion simple lorsqu'elle sera soumise à l'action de force disposée symétriquement par rapport au plan moyen.

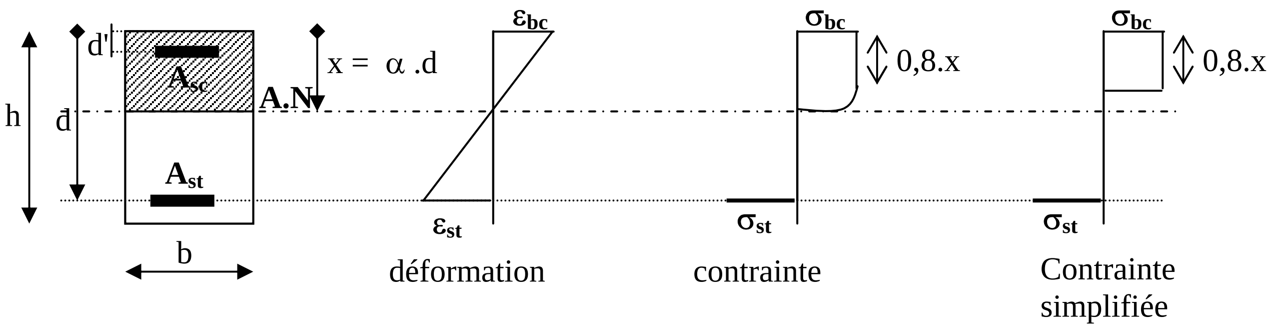


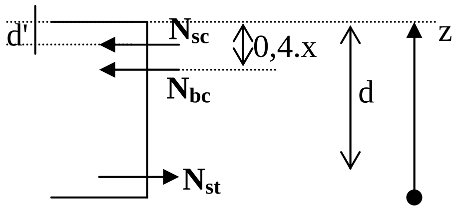


La réduction de cette force au centre de gravité de la section se décompose en moment fléchissant et un effort tranchant.

II- Etat limite ultime de résistance pour une section rectangulaire :

1- Equilibre d'une section fléchie :





Les efforts s'écriront : $N_{st} = A_{st} \,.\, \sigma_{st}$

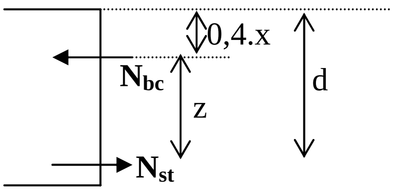
$N_{sc} = A_{sc} \,.\, \sigma_{sc}$

$N_{bc} = 0{,}8 \,.\, x \,.\, b \,.\, \sigma_{bc}$

L'équilibre de la section :

$\Sigma F_x = 0$ et $\Sigma M = M_u$.

2 – Section à armatures simple :



L'équilibre des efforts : $N_{st} = N_{bc}$

$A_{st} \,.\, \sigma_{st} = 0{,}8 \,.\, x \,.\, b \,.\, \sigma_{bc}$

L'équilibre des moments : $M_u = M_{bc} \,.\, z$

Avec $z = d - 0{,}4 \,.\, x$ et $x = \alpha \,.\, d$

$\Rightarrow z = d \,.\, (1 - 0{,}4.\, \alpha)$

$\Rightarrow$ $M_u = 0{,}8 \cdot \alpha \cdot d \cdot b \cdot \sigma_{bc} \cdot d \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \alpha)$

$= 0{,}8 \cdot \alpha \cdot d^2 \cdot b \cdot \sigma_{bc} \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \alpha)$

$\Rightarrow$ $M_u = N_{st} \cdot z = A_{st} \cdot d \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \alpha)$

- Le moment réduit "μ_u" : $M_u = 0{,}8 \cdot \alpha \cdot d^2 \cdot b \cdot \sigma_{bc} \cdot (1 - 0{,}4 \cdot \alpha)$

$$\frac{M_u}{b.d^2.\sigma_{bc}} = 0{,}8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0{,}4\,\alpha)$$

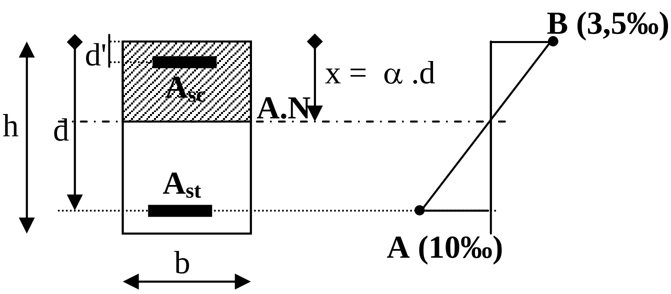
On appellera cette quantité le moment réduit $\mu_\mu = \dfrac{M_u}{b.d^2.\sigma_{bc}} = 0{,}8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0{,}4\,\alpha)$

Donc $\mu_\mu = 0{,}8 \cdot \alpha \cdot (1 - 0{,}4\,\alpha)$

D'où : $\alpha = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_\mu}\right)$

- Le moment de référence d'une section : $\mu_\mu = \dfrac{M_u}{b.d^2.\sigma_{bc}}$

La règle des 3 pivots se fixe comme objectif d'utiliser les matériaux à leurs maximum. Le diagramme de déformation correspondant sera le diagramme qui passe par les pivots A et B.



Le diagramme idéal

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{st}} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + 10} = 0{,}259$$

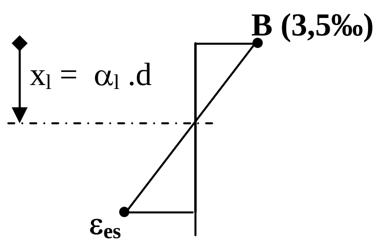
d'où : $\mu_{AB} = 0{,}186$

Le moment réduit μ_{AB} correspond à un moment fléchissant appelé moment de référence :

$$\mathbf{M_{AB} = \mu_{AB} \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}}$$

- Le moment résistant M_R :

On désigne par un moment résistant le moment obtenu lorsque l'allongement des armatures est égal à l'allongement élastique (ε_{es}).



Le résistant s'écrit : $\mathbf{M_R = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}}$

Avec : $\mu_l = 0{,}8 \cdot \alpha_l \cdot (1 - 0{,}4\,\alpha_l)$

$$\alpha_l = \frac{\varepsilon_{bc}}{\varepsilon_{bc} + \varepsilon_{es}} = \frac{3{,}5}{3{,}5 + \varepsilon_{es}}$$

Nuance	**FeE215**		**FeE235**		**FeE400**		**FeE500**	
	$\gamma_s = 1$	$\gamma_s = 1,15$	$\gamma_s = 1$	$\gamma_s = 1,15$	$\gamma_s = 1$	$\gamma_s = 1,15$	$\gamma_s = 1$	$\gamma_s = 1,15$
fe/γ_s	215	187	235	204	400	348	500	435
ε_{es} (‰)	1,075	0,935	1,175	1,02	2,00	1,74	2,5	2,175
α_l	0,765	0,789	0,749	0,774	0,636	0,668	0,583	0,617
μ_l	0,425	0,432	0,420	0,427	0,379	0,392	0,358	0,372

Si $\alpha > \alpha_l \Leftrightarrow \varepsilon < \varepsilon_{es}$: alors les aciers ne travail pas suffisamment.

Les domaines définis par la règle des 3 pivots sont :

Domaine 1 $\rightarrow$ $\mu \leq 0,186$ $\Leftrightarrow$ $0 < \alpha \leq 0,259$

Domaine 2-a $\rightarrow$ $0,186 < \mu \leq \mu_l$ $\Leftrightarrow$ $0,259 < \alpha \leq \alpha_l$

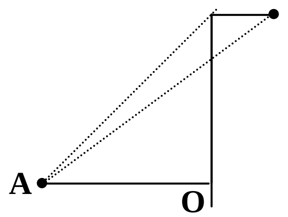
Domaine 2-b $\rightarrow$ $\mu_l < \mu \leq 0,48$ $\Leftrightarrow$ $\alpha_l < \alpha \leq 1$

Donc l'état limite ultime peut être atteint de deux manières :

- Par écoulement plastique des aciers.
- Par écrasement du béton.

- Etat limite ultime par écoulement plastique des aciers :

Pivot A : Cette état limite sera caractérisée par les déformations suivantes :



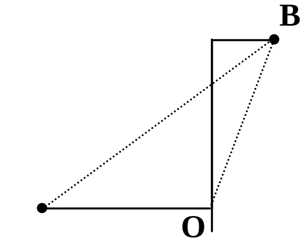
$\varepsilon_s = 10$ ‰

$\varepsilon_{bc} = 0$ et 3,5 ‰

$0 < \alpha \leq 0,259$

- Etat limite ultime par écrasement du béton :

Pivot B : Cette état limite sera caractérisée par les déformations suivantes :



$\varepsilon_{bc} = 3,5$ ‰

$\varepsilon_s = 0$ et 10 ‰

$0,259 < \alpha \leq 1$

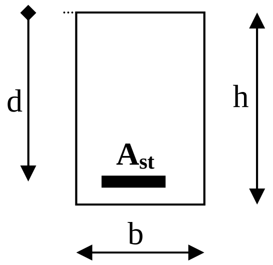
Le mode d'obtention de l'état limite ultime sera déterminé en comparant α et 0,259; la valeur qui correspond à l'état limite atteint simultanément par l'écoulement de l'acier et l'écrasement du béton.

- Position particulière de l'axe neutre :

- si $\alpha < 0{,}167$ $\Rightarrow$ le béton travail mal et nous avons alors une section surdimensionnée.
- si $0{,}167 < \alpha < \alpha_l$ $\Rightarrow$ le domine le plus économique du béton.

III- Détermination des armatures pour une section donnée :

a- Section à armatures simple :



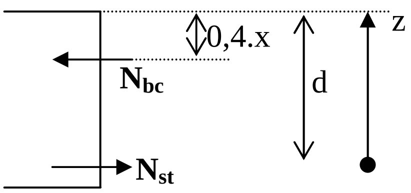
$$\mu_\mu = \frac{M_u}{b.d^2.\sigma_{bc}}$$

si "d" est inconnu; on prendra : d = 0,9 . h

$\mu_u \leq \mu_l$ (μ_l : tirée du tableau précédent)

$$\alpha = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_\mu}\right)$$

On choisi comme origine de l'axe "z" le point d'application N_{bc} :



$M_u = N_{st} . z + N_{bc} . 0$

$M_u = A_{st} . \sigma_{st} . z$

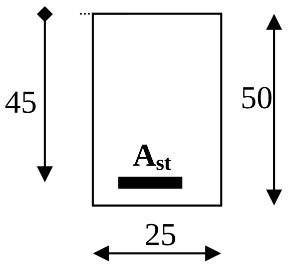
$Z = d - 0{,}4\,x = d\,(1 - 0{,}4\,.\alpha)$

$$A_{st} = \frac{M_u}{z.\sigma_{st}}$$

-Application : Soit une section (25 × 50) sollicitée par un moment de flexion M_u = 0,153 MN.m, avec f_{c28} = 25 MPa et FeE400.

1°- Calculez la section du ferraillage à l'E.L.U ?

- Solution



On prendra : d = 0,9 . h = 0,9 . 50 = 45 cm

$$\sigma_{bc} = \frac{0{,}85.\,f_{c28}}{\gamma_b} = \frac{0{,}85.\,25}{1{,}5} = 14{,}47 \text{ MPa}$$

$$\mu_\mu = \frac{M_u}{b.d^2.\sigma_{bc}} \Leftrightarrow \mu_\mu = \frac{0{,}153}{0{,}25\,.\,(0{,}45)^2.14{,}47} = 0{,}213$$

$\mu_u \leq \mu_l = 0{,}392$

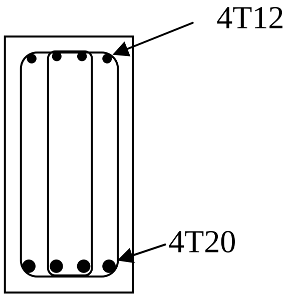
La section est à armatures simple : $\alpha = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_\mu}\right) = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2.\ 0{,}213}\right) = 0{,}303$

$$z = d.\,(1 - 0{,}4\,.\alpha) = 0{,}45\,.\,(1 - 0{,}4\,.0{,}303) = 0{,}3954 \text{ m}$$

$$A_{st} = \frac{M_u}{z.\sigma_{st}} = \frac{0{,}153}{0{,}3954.\ 348} = 0{,}001112 \text{ m}^2$$

$$A_{st} = 11{,}12 \text{ cm}^2$$

Le choix peut être : 4T20 = 12,57 cm².



b- Section à armatures double :

$\mu_u \le \mu_l \Rightarrow$ Section à simple armatures (S.S.A)

$\mu_u > \mu_l \Rightarrow$ Section à double armatures (S.D.A)

De la règle des 3 pivots nous savons que, quand le moment réduit "μ_u" dépasse le moment réduit limite "μ_l", le travail des armatures inférieures est très faible, l'acier est donc mal utilisé. Plusieurs solutions sont possibles :

- Augmenter b et h.
- Utilisation d'un béton qui a une grande résistance.
- Ajouter les armatures comprimées.
- Laisser la section et la calculer avec comme ferraillée armatures simple.

- Moment résistant et moment résiduel :

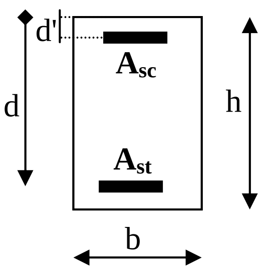
Le moment résistant du béton sera le moment qui peut équilibrer : $\mathbf{M_R = \mu_l \,.\, b \,.\, d^2 \,.\, \sigma_{bc}}$

Le moment résiduel sera la différence entre le moment sollicitant et le moment résistant :

$$\mathbf{M_r = M_u - M_R}$$

- Détermination des armatures :

On choisi comme origine de l'axe "z" le centre de gravité des armatures inférieures A_{st} :

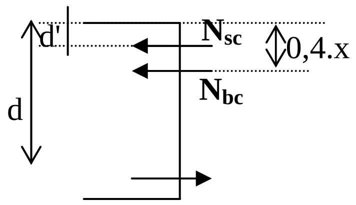


$$M_u = N_{st}\,.\,z(=0) + N_{bc}\,.\,z_{bc} + N_{sc}\,.\,z_{sc}$$

$$M_u = 0{,}8\,.\,\alpha_l\,.\,d^2\,.\,b\,.\,\sigma_{bc}\,.\,(1 - 0{,}4.\,\alpha_l) + A_{sc}\,.\,\sigma_{sc}\,.\,(d - d')$$

$$M_u = \mu_l\,.\,b\,.\,d^2\,.\,\sigma_{bc} + A_{sc}\,.\,\sigma_{sc}\,.\,(d - d')$$

$$A_{sc} = \frac{M_u - M_R}{\sigma_{sc}.(d - d')}$$



$\Sigma N = 0.$

$N_{st} - N_{sc} - N_{bc} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_{st} = N_{sc} + N_{bc}$

$A_{st} \cdot \sigma_{st} = 0{,}8 \cdot \alpha_l \cdot d \cdot b \cdot \sigma_{bc} + A_{sc} \cdot \sigma_{sc}$

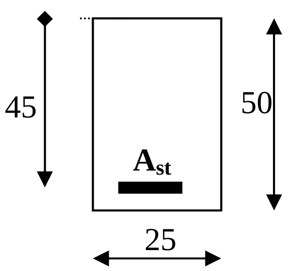
$$A_{st}.\sigma_{st} = \frac{M_r}{d - d'} + \frac{M_R}{d(1-0{,}4.\alpha_l)}$$

$$A_{st} = \frac{1}{\sigma_{st}}\left(\frac{M_r}{(d-d')} + \frac{M_R}{d(1-0{,}4.\alpha_l)}\right)$$

-Application : Soit une section (25 × 50) sollicitée par un moment de flexion $M_u = 0{,}315$ MN.m, avec $f_{c28} = 25$ MPa et FeE400 et d' = 5 cm..

1°- Calculez la section du ferraillage à l'E.L.U ?

- Solution



$$\mu_\mu = \frac{M_u}{b.d^2.\sigma_{bc}} \Leftrightarrow \mu_\mu = \frac{0{,}315}{0{,}25\,.(0{,}45)^2.14{,}47} = 0{,}439$$

$\mu_u \geq \mu_l = 0{,}392$ La section est à armatures doubles.

$M_R = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc} = 0{,}392 \cdot 0{,}25 \cdot (0{,}45)^2 \cdot 14{,}47 = 0{,}281$ MN.m

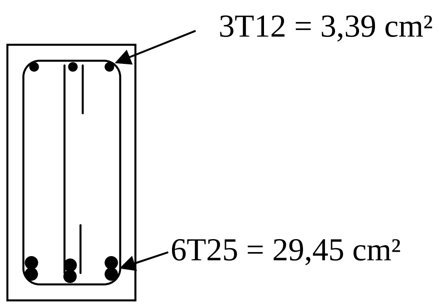
$M_r = M_u - M_R = 0{,}315 - 0{,}281 = 0{,}034$ MN.m.

$$A_{sc} = \frac{M_u - M_R}{\sigma_{sc}.(d-d')} = \frac{0{,}034}{348.(0{,}45-0{,}05)} = 2{,}44 \text{ cm}^2$$

$$A_{st} = \frac{1}{\sigma_{st}}\left(\frac{M_r}{(d-d')} + \frac{M_R}{d(1-0{,}4.\alpha_l)}\right)$$

$$= \frac{1}{348}\left(\frac{0{,}034}{(0{,}45-0{,}05)} + \frac{0{,}281}{0{,}45.(1-0{,}4.\,0{,}668)}\right) = 26{,}93\ cm^2$$

Le choix peut être : 6T25 = 29,45 cm²



IV- Etat limite de service :

Il est nécessaire de vérifier à l' E .L.S que la compression du béton reste admissible ainsi que la traction dans les armatures en fonction de la préjudiciabilité de la fissuration :

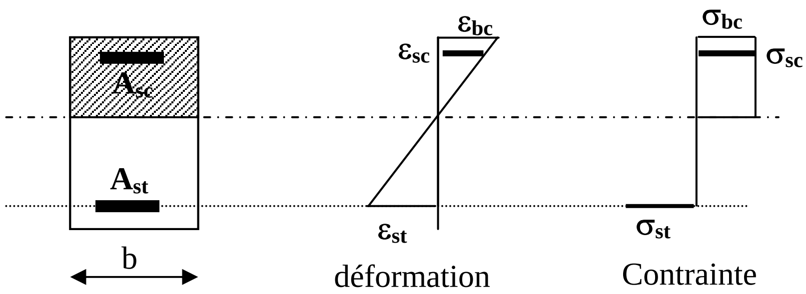
$$\sigma_{bc} = 0,6 \,.\, fc28$$

la fissuration préjudiciable $\sigma_{st} \leq \min\left(\frac{2}{3}.fe \;;\; 110\sqrt{\eta.f_{t28}}\right)$

la fissuration très préjudiciable $\sigma_{st} \leq \min\left(\frac{1}{2}.fe \;;\; 90\sqrt{\eta.f_{t28}}\right)$

1- Détermination des contraintes :

a- détermination de l'axe neutre :



Par l'équilibre des moments statiques :

$$b \,.\, x \,.\, \frac{x}{2} + n \,.\, A_{sc} \,.\, (x - d') - n \,.\, A_{st} \,.\, (d - x) = 0$$

b- détermination des contraintes :

Sous l'action du moment, la section se déforme jusqu'à obtenir un état de contrainte qui équilibre le moment :

$$\Sigma M_i = M_S \text{ (moment de service)}$$

Nous avons : $M_b + M_{ASC} + M_{AST} = M_S$

$$I = I_b + n \,.\, I_{st} + n \,.\, I_{sc}$$

$$I_b = \frac{b.x^3}{3} \quad ; \quad I_{sc} = A_{sc} \,.\, (x - d')^2 \quad ; \quad I_{st} = A_{st} \,.\, (d - x)^2$$

Alors les contraintes sont : $\sigma_{bc} = \frac{M_S.x}{I}$ et $\sigma_{st} = \frac{n.M_S.(d-x)}{I}$

Les vérifications sont : $\left.\begin{array}{l}\sigma_{bc} \prec \overline{\sigma_{bc}} \\ \sigma_{st} \prec \overline{\sigma_{st}}\end{array}\right\} E.L.S$ est vérifié

Si l'une ou les deux conditions ne sont pas vérifiée alors l'E.L.S n'est pas vérifié.

-Application : Vérifiez l'état limite service pour une section (25 × 50) sollicitée par un moment de flexion à l'E.L.S M_s = 0,2 MN.m ? avec f_{c28} = 25 MPa et FeE400 ; d' = 5 cm ; A_{st} = 6T25 = 29,45 cm² ; A_{sc} = 3T12 = 3,39 cm²

- Solution

- La vérification à l'E.L.S :

La position de l'axe neutre :

$$b \,.\, x \,.\, \frac{x}{2} + n \,.\, A_{sc} \,.\, (x - d') - n \,.\, A_{st} \,.\, (d - x) = 0$$

$$12{,}5 \,.\, x^2 + 15 \,.\, (3{,}39) \,.\, (x - 5) - 15 \,.\, 29{,}45 \,.\, (45 - x) = 0$$

$$12{,}5\, x^2 + 492{,}6 \,.\, x - 201331 = 0$$

x = 25 cm.

Le moment d'inertie :

$$I = \frac{b.x^3}{3} + n\,.A_{sc} \,.\, (x - d')^2 + n \,.\, A_{st} \,.\, (d - x)^2$$

$$= \frac{25.(25)^3}{3} + 15 \,.\, 3{,}39\,(25 - 5)^2 + 15 \,.\, 29{,}45 \,.\, (45 - 25)^2 = 0{,}0033 \text{ m}^4$$

Les contraintes sont : $\sigma_{bc} = \dfrac{M_S .x}{I} = \dfrac{0{,}2\,.\,0{,}25}{0{,}0033} = 15{,}15\,\text{MPa} > \overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6 \,.\, 25 = 15 \text{ MPa}$

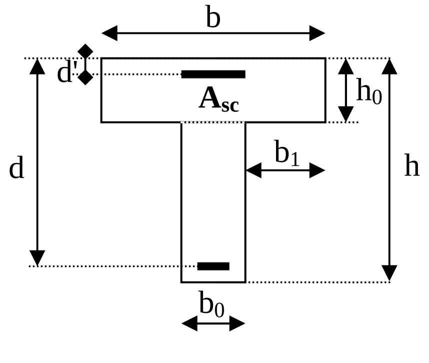
et $\sigma_{st} = \dfrac{n.M_S .(d - x)}{I} = \dfrac{15.\,0{,}2\,.\,(0{,}45 - 0{,}25)}{0{,}0033} = 182\,\text{MPa}$

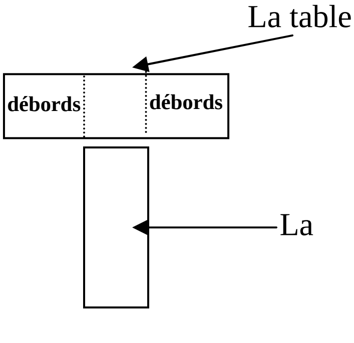
- la fissuration préjudiciable : $\sigma_{st} = 183 \; MPa \le \min\left(\dfrac{2}{3}.fe \;;\; 110\sqrt{\eta.f_{t28}}\right)$ = 201 MPa

Alors l'E.L.S n'est pas vérifié.

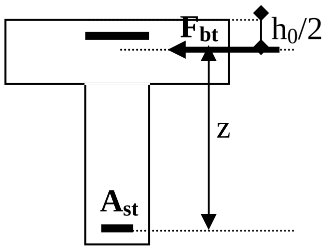
V- Etat limite ultime pour une section en " Té " :

1 – définition :



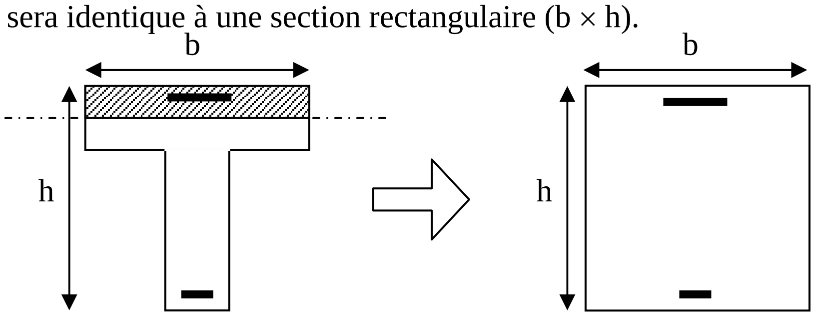


2 – détermination du ferraillage :

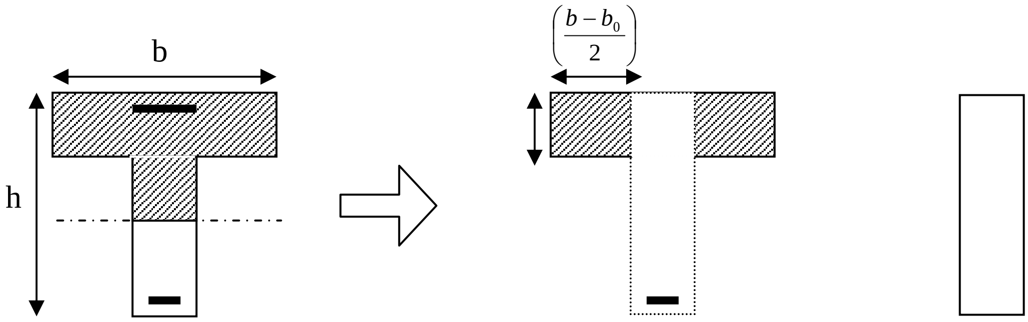


$$\left.\begin{aligned} N &= b.h_0.\sigma_{bc} \\ z &= d - \frac{h_0}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow M_t = b.h_0.\sigma_{bc}.\left(d - \frac{h_0}{2}\right)$$

1[er] cas : Si $M_u \leq M_t \Rightarrow$ La table n'est pas entièrement comprimée. La détermination des armatures sera identique à une section rectangulaire ($b \times h$).



2[ème] cas : Si $M_u \geq M_t \Rightarrow$ La table est entièrement comprimée. Le calcul de ferraillage sera en décomposant la section en Té de la manière suivante :



-Moment équilibré par les débords :

$$M_d = 2.\left(\frac{b-b_0}{2}\right).h_0.\sigma_{bc}.\left(d - \frac{h_0}{2}\right)$$

$$M_d = (b-b_0).h_0.\sigma_{bc}.\left(d - \frac{h_0}{2}\right)$$

$$M_d = \left(\frac{b-b_0}{b}\right).M_t$$

$$A_{st} = \frac{M_d}{\sigma_{st}.\left(d - \frac{h_0}{2}\right)}$$

-Moment équilibré par la section b_0 ; h_0 : le moment résiduel sera $M_u - M_d$

$$\mu_\mu = \frac{M_u - M_d}{b_0 . d^2 . \sigma_{bc}}$$

Si $\mu_u \le \mu_l$: $\alpha = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_\mu}\right)$

$z = d\,(1 - 0{,}4\,.\alpha)$

$$A_{st2} = \frac{M_u - M_d}{z . \sigma_{st}}$$

Si $\mu_u > \mu_l$:

On prend : $\boldsymbol{x_l = \alpha_l \,.\, d}$

- Si $0{,}8.\, x_l \ge h_0$:

$\mathbf{M_R = \mu_l \,.\, b_0 \,.\, d^2 \,.\, \sigma_{bc}}$ et $\boldsymbol{z_l = d\,(1 - 0{,}4\,.\alpha_l)}$

$$A_{st} = \frac{1}{\sigma_{st}}\left(\frac{M_u - M_d - M_R}{(d - d')} + \frac{M_R}{z_l}\right)$$

$$A_{sc} = \frac{M_u - M_d - M_R}{\sigma_{sc} . (d - d')}$$

- Si $0{,}8.\, x_l < h_0$: la section sera considérée comme une section rectangulaire ($b \times h$) soumise à un moment M_u.

VI- Etat limite de service :

a- détermination de l'axe neutre :

Par l'équilibre des moments statiques :

$$b \,.\, x \,.\, \frac{x}{2} + \left(\frac{b - b_0}{2}\right).(x - h_0)^2 + n \,.\, A_{sc} \,.\, (x - d') - n \,.\, A_{st} \,.\, (d - x) = 0$$

b- détermination des contraintes :

Les moments d'inerties s'écriront :

- Si l'axe neutre est dans la table : $I_b = \dfrac{b.x^3}{3}$

- Si l'axe neutre est dans la nervure : $I_b = \dfrac{b.x^3}{3} - \left(\dfrac{b - b_0}{3}\right).(x - h_0)^3$

et $I_{sc} = A_{sc} \,.\, (x - d')^2$; $I_{st} = A_{st} \,.\, (d - x)^2$

$\Sigma M_i = M_S$ (moment de service)

Nous avons : $M_b + M_{ASC} + M_{AST} = M_S$

$$I = I_b + n \,.\, I_{st} + n \,.\, I_{sc}$$

Alors les contraintes sont : $\sigma_{bc} = \dfrac{M_S \,.x}{I}$ et $\sigma_{st} = \dfrac{n.M_S \,.(d - x)}{I}$

Les vérifications sont : $\left.\begin{array}{l} \sigma_{bc} \prec \overline{\sigma_{bc}} \\ \sigma_{st} \prec \overline{\sigma_{st}} \end{array}\right\} E.L.S$ est vérifié

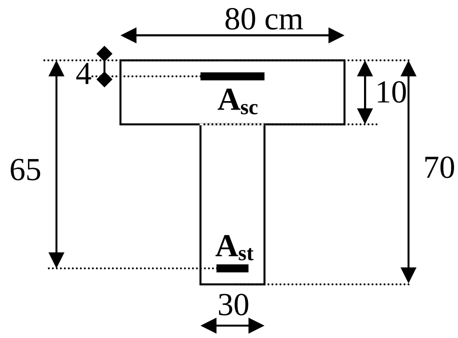
Si l'une ou les deux conditions ne sont pas vérifiée alors l'E.L.S n'est pas vérifié.

-Application : Soit une section en "Té" sollicitée par un moment de flexion à l'E.L.U : M_u = 0,8 MN.m et à l'E.L.S M_s = 0,5 MN.

Si : f_{c28} = 20 MPa ; FeE400 ; d = 65 cm ; d' = 4 cm.

1°- Calculez la section du ferraillage à l'E.L.U ?

2°-Vérifiez les contraintes à l'E.L.S?



- Solution

1°- E.L.U :

Le moment de la table :

$$M_t = b.h_0.\sigma_{bc}.\left(d - \frac{h_0}{2}\right) = 0{,}80 \,.\, 0{,}10 \,.11{,}33.\left(0{,}65 - \frac{0{,}10}{2}\right) = 0{,}544 \text{ MN.m}$$

M_u = 0,8 MN.m > M_t = 0,544 MN.m ⇒ La table est entièrement comprimée. Le calcul de ferraillage sera en décomposant la section en Té de la manière suivante :

-Moment équilibré par les débords :

$$M_d = \left(\frac{b - b_0}{b}\right).M_t = \left(\frac{80 - 30}{80}\right).0{,}544 = 0{,}34 \text{ MN.m}$$

$$A_{st} = \frac{M_d}{\sigma_{st}.\left(d - \frac{h_0}{2}\right)} = A_{st} = \frac{0{,}34}{348.\left(0{,}65 - \frac{0{,}10}{2}\right)} = 16{,}28 \; cm^2$$

-Moment équilibré par la section b_0 ; h_0 :

$$\mu_\mu = \frac{M_u - M_d}{b_0.d^2.\sigma_{bc}} = \frac{0{,}80 - 0{,}34}{0{,}3 \;.(0{,}65)^2 \;.11{,}33} = 0{,}32$$

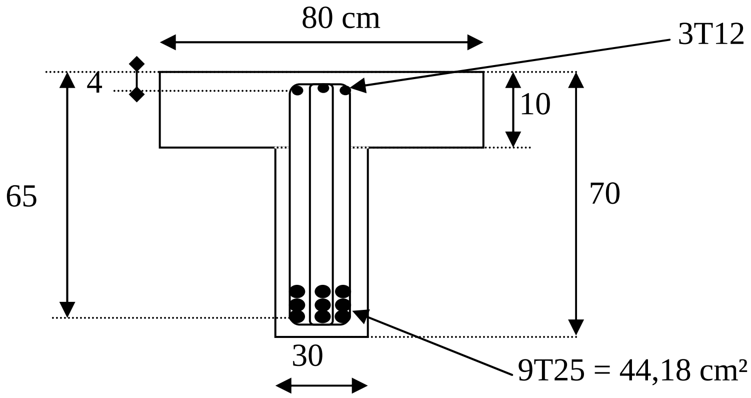
$\mu_u = 0{,}32 \le \mu_l = 0{,}392$: $\alpha = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_\mu}\right) = 1{,}25\left(1 - \sqrt{1 - 2 \;.\; 0{,}32}\right) = 0{,}5$

$$z = d\,(1 - 0{,}4\,.\alpha) = 65\,.\,(1 - 0{,}4\,.\,0{,}5) = 52 \text{ cm.}$$

$$A_{st2} = \frac{M_u - M_d}{z.\sigma_{st}} = \frac{0{,}8 - 0{,}34}{0{,}52\ .11{,}33} = 25{,}43\,\text{cm}^2$$

$$\mathbf{A_{st} = A_{st1} + A_{st2} = 16{,}28 + 25{,}43 = 41{,}71\ cm^2}$$

Soit un choix de : 9T25 = 44,18 cm².



<u>2°-E.L.S :</u> $M_s = 0{,}5$ MN.m

<u>a- détermination de l'axe neutre :</u>

$$b\,.\,x\,.\,\frac{x}{2} + \left(\frac{b - b_0}{2}\right).(x - h_0)^2 + n\,.\,A_{sc}\,.\,(x - d') - n\,.\,A_{st}\,.\,(d - x) = 0$$

$$15\ x^2 + 1162{,}7\,.\,x - 45575{,}5 = 0$$

$$x = 28{,}63 \text{ cm} > h_0 = 10 \text{ cm..}$$

Le moment d'inertie s'écrira :

$$I = \frac{b.x^3}{3} - \left(\frac{b - b_0}{3}\right).(x - h_0)^3 + A_{sc}\,.\,(x - d')^2 + A_{st}\,.\,(d - x)^2$$

$$I = 0{,}014 \text{ m}^4$$

Alors les contraintes sont : $\sigma_{bc} = \frac{M_S\,.x}{I} = \frac{0{,}5.\ 0{,}2863}{0{,}014} = 10{,}23\,\text{MPa} < \overline{\sigma_{bc}} = 0{,}6\,.\,20 = 12$ MPa

et $$\sigma_{st} = \frac{n.M_S\,.(d - x)}{I} = \frac{15.\,0{,}5\,.\,(0{,}65 - 0{,}2863)}{0{,}014} = 195\,\text{MPa}$$

- la fissuration préjudiciable : $\sigma_{st} = 183\ MPa \leq \min\left(\frac{2}{3}.fe\ ;\ 110\sqrt{\eta.f_{t28}}\right) = 201$ MPa

Les vérifications sont : $\left.\begin{matrix}\sigma_{bc} \prec \overline{\sigma_{bc}} \\ \sigma_{st} \prec \overline{\sigma_{st}}\end{matrix}\right\} E.L.S$ est vérifié